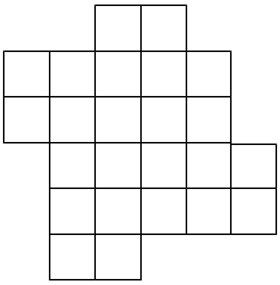
5 класс.

1. Можно ли к числу 2023 приписать слева и справа одну и ту же цифру, чтобы получившееся число делилось на 6? А на 18?

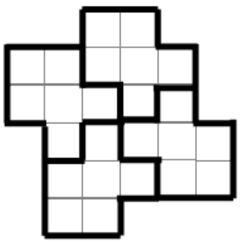
Ответ: 420234, нет

Решение: Чтобы число делилось на 6, нужно, чтобы оно делилось на 2 и на 3. Значит, последняя цифра должна быть чётной, и сумма цифр должна делиться на 3. Сумма цифр числа 2023 равна 7. Ближайшее число, делящееся на 3 - это 9. Значит, приписывая по 1 (добавляя к сумме цифр 2), мы получим число, делящееся на 3. Делимость на 3 сохранится при увеличении приписываемой цифры на 3. Т.е. приписать можно 1, 4 или 7. Но цифра эта должна быть четной. Поэтому решение только одно: 420234.
Рассуждая аналогично, увидим, что приписывание 1 даст нам число, кратное 9, но не делящееся на 2. Увеличивать же приписываемую цифру с сохранением делимости на 9, нужно на 9, но это невозможно. Поэтому, ответ: нет.

2. Разделите фигуру, изображенную на рисунке, на четыре равные части так, чтобы линия разрезов шла по сторонам квадратов.



Ответ:



3. На математическом празднике принимали участие ученики 4, 5 и 6 классов. Если бы участники заняли все приготовленные места, то их было бы ровно 300. В день праздника после рассадки учеников оставались свободные места, причем участники из 4 и 5 классов заняли более половины имеющихся мест. Оказалось, что ученики 6 классов составляют 23% числа всех участников. Сколько всего учеников писали олимпиаду?

Решение: Обозначим за x – число участников математического праздника, x – натуральное число, x – 100%. Так как число учеников из 4 и 5 классов больше половины имеющихся мест, то $150 < x < 300$. Так как число учеников 6 классов составляют 23%, то 1% не может быть дробным числом. Если 1% всех участников равен 1 ученику, то x=100 учеников, не подходит. Если 1% равен 2 ученикам, то x = 200 учеников, что удовлетворяет условиям. Всего 200 учеников.

Ответ: 200 учеников.

4. Известно, что КУ+К=УББ. Определите, на какую цифру оканчивается произведение: П*А*Р*А*Л*Л*Е*Л*Е*П*И*П*Е*Д. Разными буквами обозначены разные цифры, одинаковыми – одинаковые?
Решение: Так как к двузначному числу КУ прибавили однозначное число К и получили трёхзначное, то К = 9, а УББ = 100. Уже использованы 3 цифры. В произведении П*А*Р*А*Л*Л*Е*Л*Е*П*И*П*Е*Д использованы 7 других цифр. Следовательно, среди них обязательно есть цифры 2 и 5, значит, это произведение оканчивается на 0.
Ответ: На 0.

5. Семь команд приняли участие в футбольном турнире. Каждая команда сыграла с каждой один раз. За победу можно было получить – 3 балла, за ничью – 1 балл, за проигрыш – 0 баллов.
Про команды известны следующие утверждения:
1. Команда Б ни разу не проиграла
2. Команда В выиграла нечетное количество матчей
3. Команда Г выиграла столько же, сколько и проиграла
4. Команда Д ни разу не выиграла и не проиграла
Все команды набрали разное количество очков.

место		А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	Сумма
1м	А	■							
2м	Б		■						
3м	В			■					
4м	Г				■				
5м	Д					■			
6м	Е						■		
7м	Ж							■	

Восстановите результат турнира.

Решение:

Известно, что команда Д ни разу не выиграла и не проиграла, значит, все партии были ничейные. Команда Ж получила 1 балл, сыграв с Д, остальные партии были проигрышными.

место		А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	Сумма
1м	А	■	1		3	1		3	
2м	Б	1	■			1		3	
3м	В			■	3	1		3	
4м	Г	0		0	■	1		3	
5м	Д	1	1	1	1	■	1	1	6
6м	Е					1	■	3	
7м	Ж	0	0	0	0	1	0	■	1

Команда Г не могла выиграть у Б, но проиграть тоже не могла (иначе поражений окажется больше побед), значит Г и Б сыграли в ничью. Так как у Г побед и поражений одинаково, то Г должна выиграть у Е.

место		А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	Сумма
1м	А	■	1		3	1		3	
2м	Б	1	■		1	1		3	
3м	В			■	3	1		3	
4м	Г	0	1	0	■	1	3	3	8
5м	Д	1	1	1	1	■	1	1	6
6м	Е				0	1	■	3	
7м	Ж	0	0	0	0	1	0	■	1

Команда В выиграла 3 партии. С командой Б могла сыграть в ничью либо проиграть, а значит, команда В может получить: от 10 до 12 баллов.

Команде Б осталось сыграть еще 2 партии с В и Е. Обе партии не могут быть ничейными (сумма баллов станет 8). Если одна партия окажется ничейной, тогда Б наберет 10 баллов, что, тоже невозможно. Значит, Б обе партии выиграла и набрала 12 баллов.

место		А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	Сумма
1м	А		1		3	1		3	
2м	Б	1		3	1	1	3	3	12
3м	В		0		3	1		3	
4м	Г	0	1	0		1	3	3	8
5м	Д	1	1	1	1		1	1	6
6м	Е		0		0	1		3	
7м	Ж	0	0	0	0	1	0		1

Чтобы А заняла 1 место, нужно набрать больше 12 баллов, а это возможно только при выигрыше у команд В и Е.

место		А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	Сумма
1м	А		1	3	3	1	3	3	14
2м	Б	1		3	1	1	3	3	12
3м	В	0	0		3	1		3	
4м	Г	0	1	0		1	3	3	8
5м	Д	1	1	1	1		1	1	6
6м	Е	0	0		0	1		3	
7м	Ж	0	0	0	0	1	0		1

Так как команда В выиграла нечетное количество раз, то партия с Е тоже – выигрышная.

Тогда, мы получаем итоговую таблицу:

место		А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	Сумма
1м	А		1	3	3	1	3	3	14
2м	Б	1		3	1	1	3	3	12
3м	В	0	0		3	1	3	3	10
4м	Г	0	1	0		1	3	3	8
5м	Д	1	1	1	1		1	1	6
6м	Е	0	0	0	0	1		3	4
7м	Ж	0	0	0	0	1	0		1

6. Кеша написал слово «ОЛИМПИАДА» и все его циклические сдвиги (перестановки по кругу), получив таблицу 1. Затем, упорядочив эти "слова" по алфавиту, он составил таблицу 2 и выписал её последний столбец: «ИДАПЛОИАМ».

Таблица 1
ОЛИМПИАДА
АОЛИМПИАД
ДАОЛИМПИА
АДАОЛИМПИ
ИАДАОЛИМП
ПИАДАОЛИМ
МПИАДАОЛИ
ИМПИАДАОЛ
ЛИМПИАДАО

Таблица 2
АДАОЛИМПИ
АОЛИМПИАД
ДАОЛИМПИА
ИАДАОЛИМП
ИМПИАДАОЛ
ЛИМПИАДАО
МПИАДАОЛИ
ОЛИМПИАДА
ПИАДАОЛИМ

Саша сделал тоже самое с целой фразой и у него получилось следующее: «ШРЬАЕТ ЗДАЧИА ЛОКСНСА». Расшифруйте фразу Саши.

Решение: Мы будем постепенно восстанавливать Сашину вторую таблицу, для каждого слова по очереди.

Заметим сначала, что каждая буква встречается в каждом столбце столько же раз, сколько раз она встречается в слове. Поэтому буквы Сашиного первого слова — ШРЬАЕТ. Так как слова в таблице упорядочены по алфавиту, то в первом столбце эти буквы стоят в алфавитном порядке: АЕРТШЬ (табл. 1).

Таблица 1					
А					Ш
Е					Р
Р					Ь
Т					А
Ш					Е
Ь					Т

Таблица 1					
А	Т				Ш
Е	Ш				Р
Р	Е				Ь
Т	Ь				А
Ш	А				Е
Ь	Р				Т

Пусть теперь некоторая буква стоит в последнем столбце таблицы 1. Тогда в слове после неё будет идти буква, стоящая первой в этой строке. (При этом мы считаем, что после последней буквы идёт первая.) Из первой строки табл. 1 видно, что после буквы Ш идёт буква А, из второй — что после буквы Р идёт Е, и т. д.

Воспользовавшись этим, мы можем заполнить и второй столбец (табл. 2). Из получившейся таблицы видно, что после пары букв МА идёт буква К (первая строчка), после пары ТА идёт М (вторая строчка), и т. д.

Можно, пользуясь этой информацией, заполнить третий столбец, потом четвёртый и т. д., пока не заполнится вся таблица:

Таблица 1					
А	Т	Ь	Р	Е	Ш
Е	Ш	А	Т	Ь	Р
Р	Е	Ш	А	Т	Ь
Т	Ь	Р	Е	Ш	А
Ш	А	Т	Ь	Р	Е
Ь	Р	Е	Ш	А	Т

Нашли первое слово «РЕШАТЬ»

Аналогично построим таблицу для второго слова «ЗДАЧИА»

Таблица					
А	Д	А	Ч	И	З
А	Ч	И	З	А	Д
Д	А	Ч	И	З	А
И	З	А	Д	А	Ч
З	А	Д	А	Ч	И
Ч	И	З	А	Д	А

Получили слово «ЗАДАЧИ»

Осталось последнее слово: «ЛОКСНСА»

Таблица						
А	С	С	Н	О	К	Л
К	Л	А	С	С	Н	О
Л	А	С	С	Н	О	К
Н	О	К	Л	А	С	С
О	К	Л	А	С	С	Н
С	Н	О	К	Л	А	С
С	С	Н	О	К	Л	А

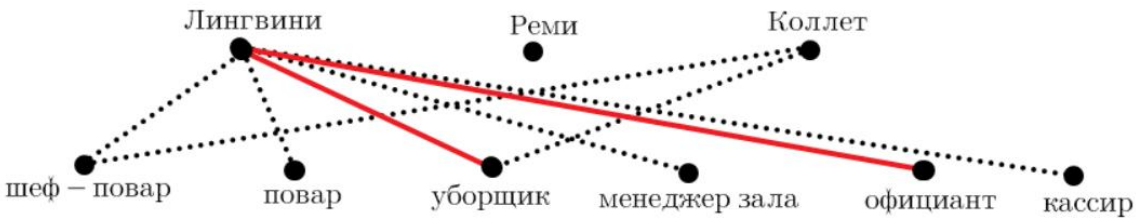
Получили слово «КЛАССНО».
И можем собрать всю фразу: «РЕШАТЬ ЗАДАЧИ КЛАССНО».

7. В ресторане Гюсто необходимы официант, менеджер зала, повар, шеф-повар, уборщик и кассир. Поэтому когда ресторан закрыли из-за заражения крысами, Лингвини, Реми и Коллет пришлось работать за двоих. Вахту на кухне все трое – Коллет, шеф-повар и уборщик - несли по очереди. У шеф-повара работы больше чем у менеджера зала. Лингвини – работает меньше всех. Лингвини и кассир утаили от повара большую головку сыра. Менеджер зала и повар друзья. Лингвини и менеджер зала часто ссорятся. Можно ли по эти данным узнать, кто какую работу взял на себя?

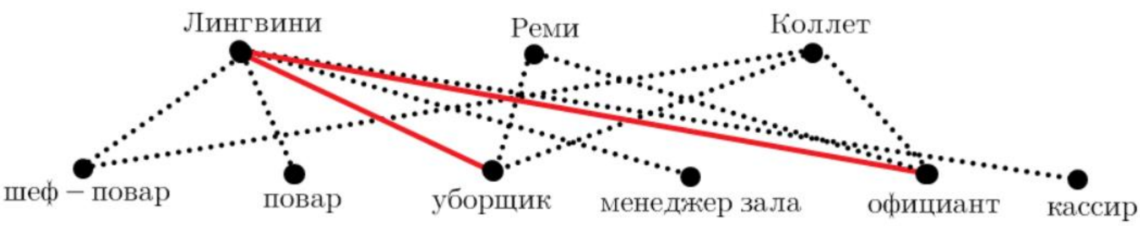
Решение:

Составим графическую схему и проведем штриховые линии: от Коллет к шеф-повару и уборщику, и от Лингвини к шеф-повару, кассиру, повару и менеджеру зала.

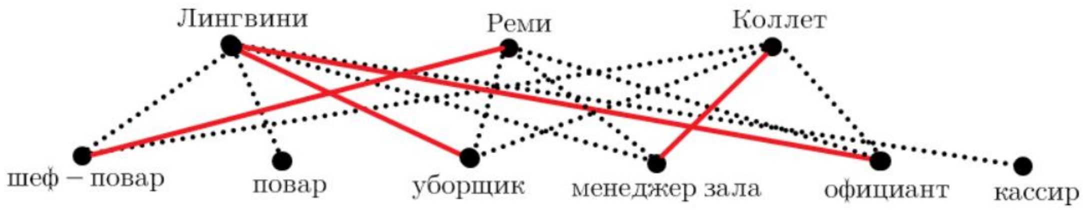
Получаем, что Лингвини уборщик и официант. Отразим это на схеме:



Тогда ни Коллет ни Реми не могли взять эту работу:

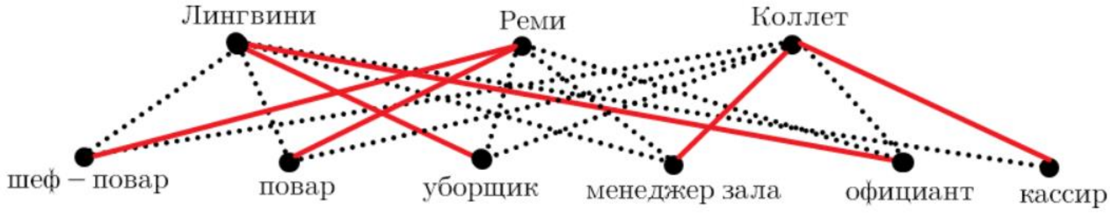


Теперь мы можем заметить, что шеф-поваром являются не Лингвини, ни Коллет. Значит, шеф-поваром работает точно Реми. А так как у него работы больше чем у менеджера зала, то Реми не является менеджером зала, тогда менеджер зала, точно Коллет.



Из условия, что менеджер зала и повр друзья, мы понимаем, что Коллет не может быть поваром, так как это разные люди.

Тогда мы получаем следущую схему:



Отсюда, получаем ответ задачи: Реми был поваром и шеф-поваром, Лингвини – уборщиком и официантом, Коллет – менеджером зала и кассиром.